

基于参数模型两种剖分方式的射线追踪比较*

成谷¹, 张宝金²

(1. 中山大学地球科学系, 广东 广州 510275;

2. 广州海洋地质调查局, 广东 广州 510760)

摘要: 通过对比研究参数模型矩形和三角网格两种剖分方式的射线追踪正演过程, 指出基于三角网格剖分参数模型的射线追踪具有如下特点: ① 参数模型和反射界面定义具有一致性, 可在界面的处理上提高精度; ② 剖分网格个数相对矩形网格剖分方式大大减少, 可大大减少计算量和存储量; ③ 运行变量的选择与网格内平方慢度的三参数表述形式相结合, 使得在射线追踪过程中参数的更新量表达式相当简洁。因而基于参数模型三角网格剖分方式的射线追踪具有更快的计算速度和更高的计算精度。

关键词: 射线追踪; 参数模型; 三角网格剖分; 矩形网格剖分

中图分类号: P315.31 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2008) 05-0126-04

射线追踪方法不但是研究地震波传播的重要手段之一, 而且在地震参数反演和叠前深度偏移等方面都起着非常重要的作用。其计算精度和计算效率直接影响着参数反演和叠前深度偏移的效果。射线追踪有多种算法, 从模型剖分方式的角度来看, 可分为基于矩形网格剖分的射线追踪方法^[1-2]和基于三角网格剖分的射线追踪方法^[3-4], 本文对比研究参数模型两种剖分方式的射线追踪正演过程, 指出三角网格剖分参数模型相比矩形网格剖分参数模型具有如下优势: ① 三角网格的弧形边界可取为与界面形态完全一致, 因此可在界面的处理上提高精度; ② 三角网格剖分使剖分网格个数相对矩形网格剖分方式大大减少, 从而大大减少正(反)演过程的计算量和存储量。③ 运行变量的选择与网格内平方慢度的三参数表述形式相结合, 使得在射线追踪过程中参数的更新量表达式相当简洁。因而基于参数模型三角网格剖分方式的射线追踪具有更快的计算速度和更高的计算精度。

1 基于参数模型矩形网格剖分的射线追踪

参数模型和反射界面通常分开定义, 要求界面必须平滑、在网格之间必须连续, 在每个网格内界面由立方样条定义, 样条由网格边界上的两个界面点约束^[1]。网格大小不能变化。通常选用速度作为模型参数, 在矩形网格内速度线性变化。

1.1 单网格内的射线追踪

以 Langan 法为例, 该方法是将复杂介质划分成小的矩形单元, 在给定当前网格单元入口处的速度 c_0 , 网格单元内速度的纵横向变化梯度 λ 及射线在当前网格单元入口位置 r_0 和方向 n_0 的前提下, 以弧长 s 为参变量, 推导出一组计算射线路径(射线位置 r 、方向 n 和旅行时 t)的解析表达式^[1-2], 详见原文。整个射线追踪过程是通过解析式的求解来实现的。在计算过程中, 分别计算射线出射在四个边上的弧长^[1], 取其中最小的正值作为所求的弧长。并根据弧长计算出射线的出射位置和出射方向。

1.2 对反射界面的处理以及射线在界面上的反射

在具体计算时, 在每一个网格单元内, 计算射线出射单元的弧长以及射线到达界面的弧长, 如果到达界面的弧长小于出射单元的弧长, 则表明网格内存在反射界面, 根据射线到达界面的弧长计算射线在界面上的反射点, 计算射线与反射面的交点要比计算射线与网格边界的交点慢得多, 因为反射面与坐标轴不平行。在找到射线与界面的交点(反射点)后, 此反射点作为新的射线起点, 反射方向作为新的射线起始方向继续进行射线追踪, 其关于反射和透射方向的计算详见原文^[1]。

2 基于参数模型三角网格剖分的射线追踪

基于三角网格剖分参数模型基础上的射线追

* 收稿日期: 2008-03-20

基金项目: 广东省博士科研启动基金资助项目(32110-4203205)

作者简介: 成谷(1975年生), 女, 讲师; E-mail: cgyulanda@163.com

踪^[3-4]其基本思想与矩形网格剖分 Langan 法射线追踪相似,但在具体处理时有几点不同:①在定义三角网格剖分的参数场时,直接以反射界面作为三角网格的弧形边界,且对作为反射界面的三角网格边作有标记;②可根据构造复杂程度灵活选取参数模型三角网格剖分的控制点;③通常选用平方慢度作为模型参数,在三角网格内平方慢度线性变化。下面介绍基于三角网格剖分模型射线追踪过程中的一些细节。

2.1 单网格内射线追踪

Langan 法射线追踪采用矩形网格剖分方式,网格内速度参数线性变化。武斌等指出,利用平方慢度梯度为常数的分布函数进行解析射线追踪其表达式结构简单而又精确^[5]。因此这里在参数模型三角网格剖分方式中网格内采用平方慢度 $s = s(x, z)$ (即慢度的平方)作为参数,为适应射线追踪在本质上对模型平滑性的要求,网格内采用线性梯度的参数表述形式: $s = s(x, z) = s_0 + (x - x_0) \partial s / \partial x + (z - z_0) \partial s / \partial z$, (x_0, z_0) 表示参考点, s_0 为参考点处的平方慢度。 $\partial s / \partial x$ 为平方慢度在 x 方向的变化率,为常数; $\partial s / \partial z$ 为平方慢度在 z 方向的变化率,亦为常数。与矩形网格剖分射线追踪不同,在三角网格剖分射线追踪中,经综合考虑,选用 $d\sigma$ 作为运行变量,其具体表述形式为: $d\sigma = \int v^2 dt$, 针对三角网格的每一边有两个根,这两个根的求取公式是:

(1) 当 $\partial s / \partial x = \partial s / \partial z = 0$ (即网格内平方慢度为常数) 时,有重根 $d\sigma_1 = d\sigma_2 = -c/b$;

(2) 否则有: $d\sigma_1 = q/a$, $d\sigma_2 = c/q$

其中, $a = (dx \cdot \partial s / \partial z - dz \cdot \partial s / \partial x) / 4$; $b = dx \cdot p_x - dz \cdot p_z$; $c = dx \cdot (z - z_1) - dz \cdot (x - x_1)$; $q = -(b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2$; $dx = x_2 - x_1$; $dz = z_2 - z_1$; (x_1, z_1) 和 (x_2, z_2) 为三角网格预计出射边的两个端点的坐标值, p_x, p_z 为射线在当前点慢度 (速度的倒数) 的水平分量和垂直分量。

在对三角网格内的三个边都进行上面的运算后,可以得到 $d\sigma$ 的六个可能根,在六个根中取最小的一个正数就是 $d\sigma$ 的值。

运行变量 $d\sigma$ 与网格内平方慢度的三参数 (参考平方慢度值 s_0 , 平方慢度在 x 方向的变化率 $\partial s / \partial x$, 平方慢度在 z 方向的变化率 $\partial s / \partial z$) 表述形式相结合,使得在射线追踪过程中参数的更新量表达式相当简洁,经推导有:

$$dt = (d\sigma) \cdot [s_0 + \partial s / \partial x \cdot (x - x_0) + \partial s / \partial z \cdot (z - z_0)] + (d\sigma)^2 \cdot [(\partial s / \partial x \cdot p_x + \partial s / \partial z \cdot p_z) / 2] +$$

$$(d\sigma)^3 \cdot [0.0833333 \cdot (\partial s / \partial x)^2 + (\partial s / \partial z)^2]$$

$$dx = (d\sigma) \cdot (p_x + \partial s / \partial x \cdot d\sigma / 4);$$

$$dz = (d\sigma) \cdot (p_z + \partial s / \partial z \cdot d\sigma / 4);$$

$$dp_x = \partial s / \partial x \cdot d\sigma / 2; dp_z = \partial s / \partial z \cdot d\sigma / 2$$

其中, p_x, p_z 为射线在当前点慢度 (速度的倒数) 的水平分量和垂直分量, dt 为网格内的旅行时增量, dx, dz 分别为网格内 x 方向和 z 方向的射线位移增量。

2.2 对界面的处理

2.2.1 在界面处反射方向的计算 设在界面处的反射方向以 p_{xr}, p_{zr} 表示,在界面处射线的入射方向用 p_{xi}, p_{zi} 表示,则根据射线在界面处的切向向量和射线在界面处的入射方向可以计算射线在界面处的反射方向。在三角网格剖分方式中,界面作为三角网格的一个弧形边,在这个三角网格弧形边的两个端点上,切线方向在水平和垂直方向的分量以及曲率是在三角网格剖分过程中就已经计算好的,射线的起点位于三角网格的弧形边上,在这一点切线向量的水平分量和垂直分量可以根据弧形边的两个端点上的值通过加权方式确定。

定义三角网格弧形边的两个端点的坐标为 (x_1, z_1) 和 (x_2, z_2) , 定义 $dx = x_2 - x_1$, $dz = z_2 - z_1$, 定义 $frac$ 为射线的入射点在弧形边界上的分数距离,表述如下:

$$frac = \begin{cases} (x - x_1) / (x_2 - x_1) & \text{当 } |dx| > |dz| \\ (z - z_1) / (z_2 - z_1) & \text{当 } |dz| \geq |dx| \end{cases}$$

则入射点处的切向矢量 (t_x, t_z) 可由下式得到:

$$t_x = frac \cdot t_{x_1} - (1 - frac) \cdot t_{x_2}$$

$$t_z = frac \cdot t_{z_1} - (1 - frac) \cdot t_{z_2}$$

其中, (t_{x_1}, t_{z_1}) 为在弧形边界的一个端点上的切向矢量, (t_{x_2}, t_{z_2}) 为在弧形边界的另一个端点上的切向矢量。归一化后的切向矢量为: $t_x = t_x / scale$, $t_z = t_z / scale$, 其中 $scale$ 为归一化因子,定义为: $scale = 1 / \sqrt{t_x^2 + t_z^2}$, 由切向和法向的垂直关系,可得在入射点处界面的法向矢量 (h_x, h_z) 表达式为: $n_x = -t_z, n_z = t_x$, 在求得界面的法向方向后,则在界面处射线的反射方向可用下式求得:

$$p_x = p_{xi} \cdot n_x - p_{zi} \cdot n_z \quad p_{xr} = p_x \cdot n_x + p_z \cdot n_z$$

$$p_z = -(p_{xi} \cdot n_x + p_{zi} \cdot n_z) \quad p_{zr} = p_z \cdot n_x - p_x \cdot n_z$$

2.2.2 在界面处透射方向的计算 在界面处射线透射方向的计算与反射方向的计算类似,在求取了射线的法向矢量后,定义入射方向用 p_{xi}, p_{zi} 表示,透射方向用 p_{xt}, p_{zt} 表示,则射线在入射点的透射方向按下式计算:

$$p_x = p_{xi} \cdot n_x - p_{zi} \cdot n_z; p_z = \sqrt{s^2 - p_x^2};$$

$$p_{xt} = p_x \cdot n_z + p_z \cdot n_x; p_{zt} = p_z \cdot n_z - p_x \cdot n_x$$

3 基于参数模型两种剖分方式的射线追踪比较

由于三角网格参数模型的灵活性,相应的射线追踪具有如下的特点:

(1) 在定义三角网格剖分的参数场时,三角网格的三边不拘泥于直线形态^[6-7],可取弧形曲线作为边界,此弧形曲线可取为与界面的延伸方向一致,因而使得网格边界就是参数的分界面,射线在界面上的入射点直接位于三角网格的弧形边界上。而矩形网格的剖分方式,参数的分界面很大一部分位于网格内部。因而与矩形网格剖分相比,三角网格剖分在涉及对界面的处理(反射、透射等)时降低了难度、减少了误差、提高了效率。在寻找射线与界面的交点时,矩形网格剖分的处理方式是在每一个网格内判断是否存在反射界面,而在三角网格剖分过程中,由于反射界面与三角网格的弧形边界一致,节省了这一部分运算。此外可在三角网格剖分过程中预先给反射界面编号,且对作为反射界面的三角网格边作有标记,以便处理射线在该边的反射和透射等,并记录在该界面上反射和透射的次数。这种定义可在界面的处理上提高精度,并便于在层间的多次反射透射等处理;

(2) 参数场剖分时可根据构造复杂程度灵活选取三角网格剖分的控制点,使得网格大小和形状随构造复杂程度变化,具有很大的灵活性。由于在构造相对简单地区可采用较大的三角网格,在构造相对复杂地区可采用较小的三角网格,因而与普通的矩形网格剖分方式相比,总体上网格剖分的数目大大减少,射线追踪时需经过较少的网格,可大大减少计算量和存储量;

(3) 运行变量的选择与网格内平方慢度的三参数表述形式相结合,使得在射线追踪过程中参数的更新量表达式相当简洁。

两种剖分方式射线追踪的基本思想类似,但参数模型三角网格剖分方式在网格剖分和界面处理方面的优势使得基于其的射线追踪具有更快的计算速度和更高的计算精度。

本文对如下的参数模型进行了三角网格方式剖分(见图1)并绘出了在地表某点($x = 4000$ m)处激发,在第4个反射界面反射,在第2个反射界面终止的射线追踪路径图。从图中可以看出:三角网格的弧形边界与界面形态完全一致,因此相对于矩形网格参数化方式而言,在界面的处理上提高了精度;射线可在指定界面反射和终止,可灵活模拟

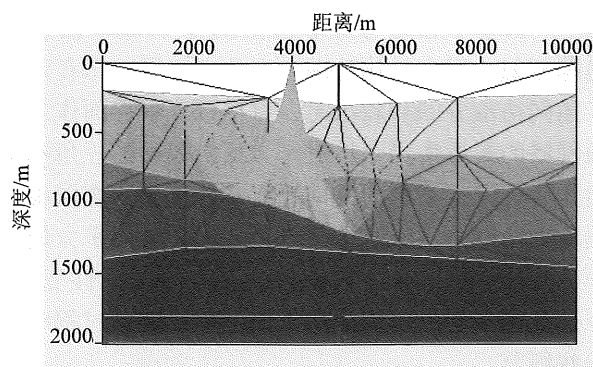


图1 参数模型三角网格剖分及射线追踪图示

Fig. 1 triangular cell parameterization of parameter model and ray tracing

各种正演过程;三角网格剖分方式网格个数相对矩形网格参数化方式大大减少,射线仅经过较少的网格单元,可因此减少正演模拟以及进一步反演过程的计算量和存储量。因此基于三角网格剖分方式的正演过程值得研究和推广。

参考文献:

- [1] LANGAN R T, LERCHE I, CUTLER R T. Tracing of rays through heterogeneous media: An accurate and efficient procedure [J]. *Geophysics*, 1985, 50 (9): 1456 - 1465.
- [2] 徐广民, 王华忠, 范华, 等. 复杂介质常梯度射线追踪方法研究 [J]. *石油地球物理勘探*, 2004, 39 (3): 265 - 270.
XU Guangmin, WANG Huazhong, FAN Hua et al. Research on the method of constant gradient ray tracing in complex media [J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2004, 39 (3): 265 - 270.
- [3] MENG Z B. Tetrahedral based earth models, ray tracing in tetrahedral models and analytical migration velocity analysis [D]. Golden, USA: Colorado School of Mines, 1999.
- [4] ANDREAS RUGER. Dynamic ray tracing and its application in triangulated media [D]. Golden, USA: Colorado School of Mines T-4371, 1993.
- [5] 武斌, 严忠琼, 曹俊兴. 平方慢度解析射线追踪层析成像 [J]. *工程地球物理学报*, 2005, 2 (2): 109 - 113.
WU Bin, YAN Zhongqiong, CAO Junxing. Seismic tomography of gradient of square slowness analytical ray tracing [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2005, 2 (2): 109 - 113.
- [6] 成谷, 张宝金. 三角网格参数化在反射地震走时层析成像中的应用 [J]. *中山大学学报: 自然科学版*, 2006, 45 (5): 128 - 132.
CHENG Gu, ZHANG Baojin. Application of triangle cell

- parameterization in travel-time tomography of reflection seismic data[J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 2006, 45(5): 128 - 132.
- [7] 成谷. 地震反射走时层析理论与应用研究[D]. 上海:

同济大学, 2004: 99 - 114.

CHENG Gu. Research on theory and method of traveltime tomography of reflection seismic data [D]. Shanghai: Tongji University, 2004: 99 - 114.

Comparison between Two Ray Tracing based on Velocity Model Parameterized Using Triangular Cell and Rectangular Cell

CHENG Gu¹, ZHANG Bao-fjin²

(1. Department of Earth Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China;

2. Guangzhou Marine Geological Survey, Guangzhou 510760, China)

Abstract: In this paper, the difference between two ray tracing based on the parameter model parameterized using triangular cell and rectangular cell is discussed, and it is pointed out that triangular cell parameterized parameter model has following merits in subsequent ray-tracing modeling process: (1) consistence between the curving interface and arc-shaped edge of triangular cell, heightens the precision when treating the reflection interface; (2) flexibility in selecting the control points according to the complexity of structure, leads to less number of parameterization cell, thus may greatly reduces the calculation and storage amount during the subsequent ray-tracing modeling process; (3) selections of running parameter and model parameter make the calculation simple. Thus, ray-tracing based on parameter model parameterized by triangular cell has less calculation time and higher calculation accuracy.

Key words: ray tracing; parameter model; triangular cell parameterization; rectangular cell parameterization